

M. Pérez-Galmés<sup>a</sup>, J. Renart<sup>a</sup>, C. Sarrado<sup>a</sup>, J. Costa<sup>a</sup>,  
A. Rodríguez-Bellido<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Departamento EMCI, Grupo de investigación AMADE, Universitat de Girona, 17003, España.

<sup>b</sup> Composite Technology, Materials and Processes, AIRBUS Operations S.L.  
Getafe, 28906, España.

## Configuración del ensayo ELS para la determinación de la tenacidad a la fractura en modo II en uniones adhesivas.

### RESUMEN

Historia del artículo:

Recibido 5 de Mayo 2017

En la versión revisada 5 de Mayo 2017

Aceptado 31 de Mayo 2017

Accesible online 21 de Junio 2017

Palabras clave:

Tenacidad a la fractura

Uniones adhesivas

Modo II

Ensayo ELS

Para obtener la tenacidad a la fractura en modo II se utiliza habitualmente el ensayo ELS (End-Loaded Split) debido a que presenta mayor estabilidad frente a otros del mismo tipo. Como resultados, se obtienen los valores de iniciación del crecimiento de grieta y de su propagación, siendo estos últimos especialmente útiles para alimentar modelos de daño progresivo interlaminar. Los valores de propagación se deben obtener cuando la Zona de Proceso de Fallo (FPZ) se ha desarrollado. En ensayos de deslaminación, contemplados en la norma ISO 15114, la dimensión de la FPZ puede desprejarse frente al resto de dimensiones de la probeta, por lo que el crecimiento de grieta auto-similar se alcanza justo después de la iniciación de la propagación.

Sin embargo, en uniones adhesivas, la dimensión de la FPZ se incrementa notablemente debido a la plasticidad de los adhesivos, pudiendo llegar a ocupar toda la longitud reservada para la propagación de la grieta. Cuando esto ocurre, sólo se obtienen valores de iniciación, siempre inferiores a los valores de propagación, y por lo tanto demasiado conservadores para poder reproducir el comportamiento de la unión.

En este trabajo se presenta una metodología para definir la configuración del ensayo ELS y las dimensiones de la probeta requeridas para obtener resultados de propagación en uniones adhesivas. La metodología se define a partir de dos criterios que tienen en cuenta la longitud de la FPZ y la estabilidad del ensayo. Como resultado se obtiene un dominio de validez del ensayo donde se indica, para un cierto tipo de adhesivo y configuración de las probetas si se van a obtener resultados de propagación.

## Configuration of the ELS test for the determination of the mode II fracture toughness in adhesive joints.

### ABSTRACT

Keywords:

Fracture toughness

Bonded joints

Mode II

ELS test

In order to obtain Mode II fracture toughness of unidirectional fiber composite materials, the End-Loaded Split (ELS) has enjoyed great success because of its higher stability. As a result, crack growth initiation and propagation values are obtained, the latter being especially used in interlaminar progressive damage models. The propagation values must be obtained when the Failure Process Zone (FPZ) has completely developed. In delamination tests of unidirectional composites, such as those contemplated in ISO 15114, the dimension of the FPZ can be neglected against the rest of the dimensions of the specimen, whereby the self-similar crack growth is reached just after the initiation of the crack propagation.

However, in adhesive joints, the dimension of the FPZ increases significantly due to the plasticity of the adhesives. And even it can be larger than the entire length reserved for crack propagation. When this occurs, only initiation values are obtained, always inferior to the values of propagation, being these values too conservative to reproduce the behaviour of the joint.

In this paper we present a methodology to define the configuration of the ELS test and the specimen dimensions required to obtain propagation results in adhesive joints. The methodology defined is based on two criteria that take into account the length of the FPZ and the stability of the test. As a result, a domain of validity of the test is obtained, which, for a certain type of adhesive and specimen configuration, it indicated is there will be propagation or not.

## 1 Introducción

El ensayo ELS (End-Loaded Split) se utiliza habitualmente para determinar la tenacidad a la fractura en modo II de fibras unidireccionales reforzadas con polímeros. Tiene la ventaja de ser más estable en comparación a otros ensayos de modo II. El ensayo está estandarizado según la norma ISO 15114 [1].

En los métodos de reducción de datos contemplados en la norma, la longitud de grieta es un parámetro que se debe medir o estimar, puesto que se asume un frente de grieta bien definido, o en su ausencia, que la zona no lineal del frente de grieta es pequeña en comparación al resto de las dimensiones de la probeta. En ensayos de modo II con uniones adhesivas, la zona de daño del frente de grieta (o zona de proceso de fallo, FPZ) puede incrementar ostensiblemente sus dimensiones debido a la plasticidad del adhesivo, de manera que no se tiene un frente de grieta nítido. Por otra parte en un ensayo de modo II los adherentes se mantienen unidos durante todo el ensayo, de manera que resulta muy complicado medir la longitud de grieta ópticamente. Es por esta razón que se han desarrollado métodos alternativos que no dependen de la medición de la longitud de grieta basados en su estimación [2] o en la integral-J [3].

A pesar de estas mejoras en los métodos de determinación de la tenacidad a la fractura, el ensayo presenta problemas en cuanto a su configuración. En uniones adhesivas, donde pueden aparecer FPZ importantes, se necesita una zona de propagación mayor para poder llegar al crecimiento de grieta estacionario (punto en que la FPZ se ha desarrollado completamente). Teniendo esto en cuenta, las dimensiones de probeta recomendadas por la norma ISO 15114 [1] no son siempre válidas, especialmente en ensayos con adhesivos muy tenaces, porque el frente de grieta puede llegar a alcanzar el soporte antes de que la FPZ se llegue a generar completamente. De manera que del ensayo sólo se obtienen valores de iniciación, siempre inferiores a los de propagación y por consiguiente mucho más conservadores.

Por otra parte, la estabilidad del ensayo mejora con la aparición de grandes FPZ por lo que se pueden usar ratios  $a_0/L$  inferiores de manera que la zona de propagación se alarga. Además es importante tener en cuenta y evitar Grandes Deflexiones (LD) durante el ensayo ya que rigidizan el sistema y el ensayo tiende a ser menos estable.

Para obtener valores de propagación, algunos autores han usado, de forma intuitiva, probetas más grandes en ensayos de modo II [4-9], obteniendo buenos resultados. Sin embargo no existe ninguna metodología para poder estimar las dimensiones de la probeta en función de los materiales a ensayar. En este trabajo se define un método de diseño de probetas para ensayo de uniones adhesivas con ELS, el método se basa en definir un dominio de validez del ensayo a partir de tres criterios limitadores: (i) estabilidad del ensayo teniendo en cuenta grandes FPZ, (ii) formación completa de la FPZ y (iii) minimización de grandes desplazamientos.

## 2 Criterios de diseño de la probeta ELS

Para definir el rango de trabajo o dominio de validez del ensayo ELS en uniones adhesivas se tienen en cuenta varios factores. El primero es el de asegurar la formación completa de la FPZ (i), el segundo es garantizar la estabilidad del ensayo bajo control de desplazamiento (ii) y el tercero es evitar grandes deflexiones que puedan rigidizar la probeta y a hacer más inestable en ensayo (iii). Todos estos factores se deberán cumplir sólo modificando las dimensiones de la probeta: longitud inicial de grieta ( $a_0$ ), longitud en voladizo ( $L$ ) y en el caso de ser necesario el grosor de la probeta ( $2H$ ).

### 2.1 Criterio de formación completa de la FPZ

En ensayos con baja tenacidad, como por ejemplo ensayos de deslaminación, puede aplicarse la Mecánica de la Fractura Lineal y Elástica (LEFM). Por lo que se necesita poca zona de propagación ( $L - a_0$ ) para que la curva-R alcance el valor máximo y se mantenga constante (propagación auto similar).

Por el contrario, en ensayos con alta tenacidad la longitud de la zona de iniciación del daño (FPZ) tiende a incrementarse significativamente. Y por este motivo, la longitud reservada para la propagación debe ser suficientemente larga para permitir el desarrollo completo de la FPZ,

$$L - a_0 \geq l_{FPZ} \quad (1)$$

siendo  $a_0$  la longitud de grieta inicial,  $L$  la longitud en voladizo de la probeta y  $l_{FPZ}$  la longitud de la zona de proceso de fallo (FPZ) una vez esta se ha formado completamente.

### 2.2 Criterio de estabilidad

Para obtener los valores de propagación debe asegurarse que el ensayo ELS sea estable.

Algunos estudios se han centrado en la determinación de la estabilidad del ensayo ELS bajo condiciones de control de desplazamiento basándose en LEFM llegando a la conclusión que la propagación será estable siempre que se cumpla la condición mínima de longitud inicial de grieta  $a_0/L = 0.55$  [10].

En adhesivos, predecir la estabilidad del ensayo no es tan simple debido a la aparición de una FPZ. Algunos autores han estudiado el efecto de la formación de la FPZ demostrando que las tensiones de cierre de esta zona contribuyen a la estabilidad del ensayo con lo que el límite propuesto por Hashemi ( $a_0/L = 0.55$ ) [10] se reduce relajando las condiciones de estabilidad [10-13].

El criterio de estabilidad que se propone se basa en evitar el retroceso en la curva fuerza-desplazamiento del ensayo, puesto que cuando esto ocurre la grieta propaga de forma inestable. El único modo de obtener este límite es prediciendo la curva fuerza-desplazamiento mediante modelos numéricos de elementos finitos o modelos analíticos que tengan en cuenta la contribución de la FPZ.

### 2.3 Criterio de Grandes Deflexiones (LD)

Debido a su configuración, el ensayo ELS puede implicar Grandes Deflexiones verticales (LD) en la probeta. El estudio



de LD no es trivial porque la aparición de la FPZ aumenta la estabilidad del ensayo y a la vez reduce la rigidez del sistema con lo que se producen mayores deflexiones y el ensayo se vuelve menos estable.

Por esta razón, tal y cómo se hizo en el trabajo propuesto por de Moura y de Moraes [14] se ha definido un límite para evitar la aparición de LD,

$$\delta_{PROP}/L < 0.2 \tag{2}$$

dónde  $\delta_{PROP}$  es la deflexión vertical cuando empieza la propagación, calculado mediante el método SBT [1] pero añadiendo la longitud de FPZ ( $l_{FPZ}$ ) a la longitud real de grieta para tener en cuenta la disminución de rigidez del sistema debida a los efectos de la FPZ de manera restrictiva.

### 3 Modelo analítico

En esta sección se describe el modelo analítico propuesto para obtener la curva fuerza-desplazamiento ( $P - \delta$ ) y la longitud de FPZ ( $l_{FPZ}$ ) de una probeta ELS considerando una relación constitutiva lineal en la zona adhesiva (Figura 1). El modelo se basa en el modelo propuesto por Alfredsson [4] para probetas ENF (End-Notched Flexure) de modo II.

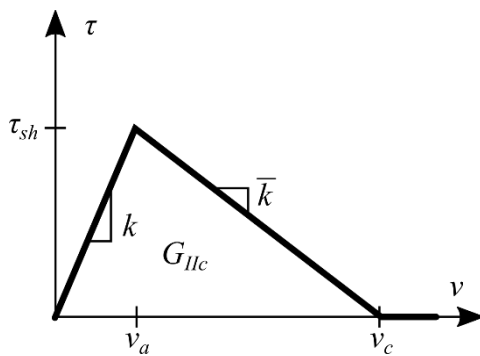


Figura 1. Definición de la relación constitutiva lineal de la capa adhesiva.

La geometría ELS considerada se muestra en la Figura 2.

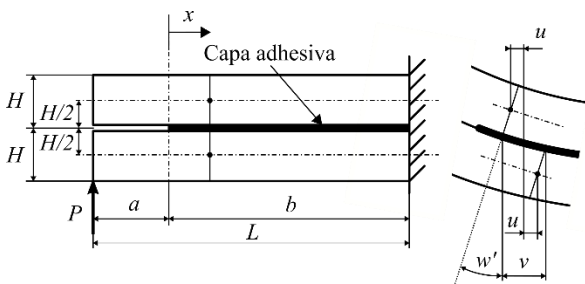


Figura 2. Geometría de la probeta ELS.

En el modelo se usa la misma nomenclatura y sistema de coordenadas que Alfredsson [4] así que se mantienen las mismas condiciones de equilibrio de fuerzas cortantes y momentos pero, al tratarse de geometrías distintas, las condiciones de contorno cambian (Figura 2). Así, el esfuerzo normal y el momento flector son continuos a lo largo de toda la viga y el esfuerzo cortante se mantiene constante.

Tomando como referencia las relaciones geométricas, las condiciones de contorno y las ecuaciones de equilibrio

definidas por Alfredsson [4] se obtiene la relación entre el desplazamiento  $v(x)$  y las tensiones a cortante en el adhesivo  $\tau$  a partir de la siguiente relación constitutiva

$$EHv''(x) = 8\{\tau[v(x)] - \bar{\tau}\} \tag{3}$$

donde  $\bar{\tau}$  se define a partir de la teoría de Jouravski de tensiones cortantes en secciones de viga sólidas,

$$\bar{\tau} = \frac{6P}{8WH} \tag{4}$$

Con el fin de evaluar la curva  $P - \delta$  se consideran tres fases: (a) lineal y elástica, antes de la generación de la FPZ, dónde la fuerza aplicada es suficientemente pequeña para asegurar que la deformación en la capa adhesiva es lineal y por lo tanto no alcanza la apertura  $v_a$  en la punta de la grieta, (b) generación de la FPZ, donde una carga mayor provoca el crecimiento de la FPZ desde la punta de la grieta sin llegar a la apertura crítica de deformación  $v_c$  y (c) propagación, donde la carga aplicada provoca el avance de la grieta.

En la primera fase (a), la deformación cortante del adhesivo debido a la carga aplicada es inferior  $v_a$  por lo que la FPZ aún no se empieza a desarrollar ( $l_{FPZ} = 0$ ), la longitud de grieta se corresponde con la inicial ( $a = a_0$ ) y la relación constitutiva se rige por  $\tau(x) = kv$  resultando en

$$v'' - K^2v(x) = -K^2\bar{\tau}/\bar{k} \tag{5}$$

donde  $K \equiv \sqrt{8k/(EH)}$  y las constantes de integración para la determinación de  $v'$  se pueden determinar aplicando las condiciones de contorno  $v'(0) = \frac{8\bar{\tau}a}{EH}$  y  $v'(b) = 0$ .

En la segunda fase de generación de FPZ (b), la deformación del adhesivo en la punta de la grieta ( $v(x)$ ) alcanza el valor  $v_a$  (Figura 1). En esta fase, la FPZ ocupa una región ( $l_{FPZ}$ ) desde la punta de la grieta  $0 \leq x \leq l_{FPZ}$ . La deformación en este primer tramo de viga se gobierna por  $\tau(v) = \bar{k}(v_c - v)$  donde  $\bar{k} = \tau_{sh}/(v_c - v_a)$ . En el segundo tramo de la viga ( $l_{FPZ} \leq x \leq b$ ), la deformación se rige por el pendiente de la relación constitutiva  $\tau(x) = kv$  igual que en la primera fase (a).

Para resolver esto, la longitud FPZ ( $l_{FPZ}$ ) se usa como una variable independiente y las constantes de integración y el valor de carga aplicada se determinan a partir de las condiciones de contorno  $v'(0) = \frac{8\bar{\tau}a}{EH}$  y  $v'(b) = 0$  (igual que en la primera fase (i)) y de la continuidad de  $v$  y  $v'$  en  $x = l_{FPZ}$ . La última condición necesaria se obtiene a partir del conocimiento del valor de deformación al final de la FPZ,  $v(l_{FPZ}) = v_a$ . Así, analizando una secuencia creciente de longitudes de FPZ ( $l_{FPZ}$ ) se obtienen valores consecutivos de la curva  $P - \delta$ .

Al aumentar progresivamente el tamaño de la FPZ el valor de deformación en la punta de la grieta llega a alcanzar el límite  $v_c$  ( $v(0) = v_c$ ). El tamaño crítico de la FPZ ( $l_{FPZc}$ ) se determina de la misma forma propuesta por Alfredsson [4] para la ley bilineal En este punto termina esta segunda fase (b) y empieza la fase de propagación de grieta (c).

Para el análisis matemático de esta tercera fase se incrementa el valor de longitud de grieta ( $a$ ) progresivamente y se calcula la  $l_{FPZ}$  correspondiente (cuando  $v(0) = v_c$ ) igual que se ha hecho en la fase (b) previa. Una vez calculada  $l_{FPZ}$ , la distribución de tensiones transversales y el valor de la carga se obtienen de manera similar que en la fase (b), resolviendo el mismo sistema de ecuaciones. Cabe señalar que, así como



la grieta avanza, la longitud de FPZ se reduce sutilmente respecto al valor de FPZ crítico.

## 4 Resultados

### 4.1 Casos de estudio.

Como se explica en la sección 3, el modelo analítico propuesto se limita a leyes cohesivas lineales donde la relación constitutiva de la capa adhesiva se expresa en términos de tensión cortante ( $\tau$ ) y deformación cortante ( $v$ ). Estos términos se pueden definir a partir de dos propiedades experimentales: la tenacidad a la fractura ( $G_{IIc}$ ) y la resistencia última a cortante ( $\tau_{sh}$ ).

En la industria aeronáutica, los adhesivos más comunes para el ensamble y reparación de piezas son las pastas epoxy. Tomando como referencia las propiedades cohesivas obtenidas por Aldredsson [4] y las propiedades de los adhesivos MCP1110 [15] y Araldite®2015 [16] se han definido dos casos de estudio que se describen en la tabla 1.

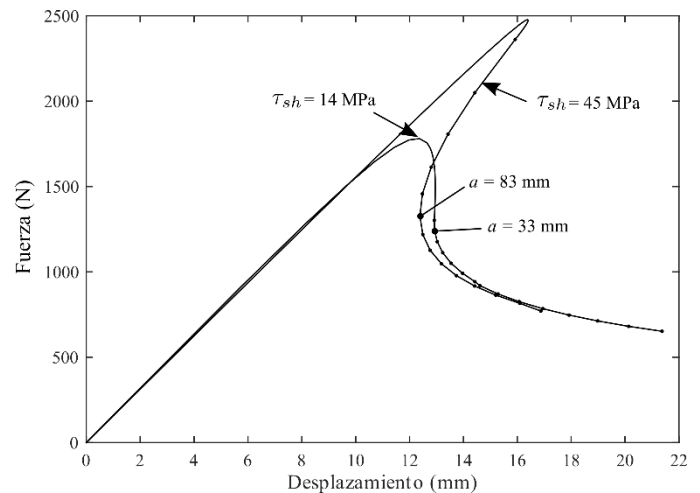
**Tabla 1.** Propiedades cohesivas consideradas en el modelo analítico para los diferentes los casos de estudio.

	$G_{IIc}$ (J/m <sup>2</sup> )	$\tau_{sh}$ (MPa)	$H$ (mm)
Caso 1	3	14	3,6
Caso 2	3	45	3,6

Las propiedades elásticas del adherente consideradas han sido  $E_{11} = 120$  GPa,  $E_{22} = E_{33} = 7.8$  GPa y  $G_{13} = 4$  GPa, donde el subíndice 1 indica la dirección  $x$ . La geometría  $a_0$  y  $L$  de las probetas usada en el modelo se ha variado para obtener el rango de trabajo del ensayo ELS en cada caso, basado en los criterios propuestos en la sección 2. Se han usado grosores de probeta ( $H$ ) entre 3 mm y 6 mm y longitudes de probeta ( $L$ ) comprendidos entre 50 mm y 500 mm con valores de grieta inicial de  $a_0 = 0.05L$ .

### 4.2 Resultados.

Como resultado del análisis de los dos casos se han obtenido las correspondientes curvas  $P - \delta$  con las que se ha definido el criterio de estabilidad. La figura 3 ejemplifica la curva  $P - \delta$  obtenida en dos casos de estudio de igual geometría ( $H = 6$  mm y  $L = 200$  mm) y tenacidad a la fractura ( $G_{IIc} = 3$  J/m<sup>2</sup>) pero diferente tensión última a cortante ( $\tau_{sh}$ ).



**Figura 3.** Curva  $P - \delta$  de los casos de estudio de diferente  $\tau_{sh}$  y misma geometría ( $H = 6$  mm y  $L = 200$  mm) y tenacidad a la fractura ( $G_{IIc} = 3$  J/m<sup>2</sup>).

Es importante mencionar que, en el primer caso de estudio, las  $l_{FPZ}$  han resultado ser mayores que en el segundo caso debido a que la tensión cortante última ( $\tau_{sh}$ ) es inferior.

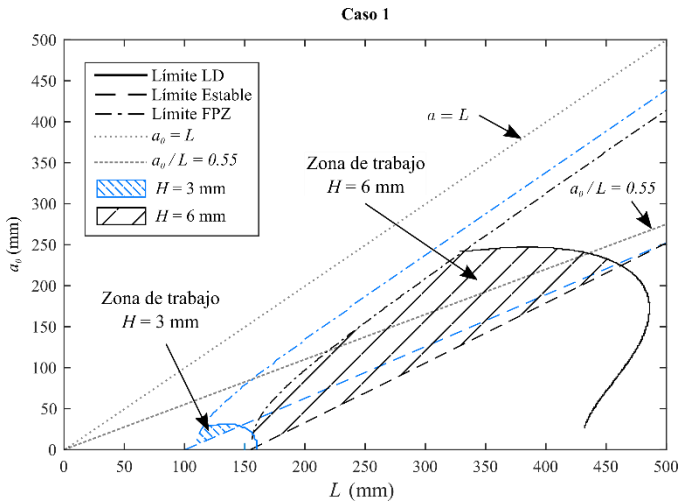
En la figura 3 se observa que para el caso 2 ( $\tau_{sh} = 45$  MPa) la propagación volverá estable (no habrá retroceso) cuando la longitud de grieta alcance los 85 mm ( $a_0/L \geq 0.415$ ) por lo que si aplicamos unas condiciones geométricas iniciales de  $a_0 \geq 85$  mm y  $L = 200$  mm el ensayo será estable. En cambio, en el caso 1, el ensayo será estable para una longitud de grieta muy inferior ( $a_0 \geq 33$  mm) con el equivalente ratio  $a_0/L \geq 0.165$ , muy inferior al anterior.

Para cada caso de estudio, se ha determinado también la longitud de FPZ ( $l_{FPZ}$ ) correspondiente de un amplio rango de valores de longitud de grieta iniciales  $a_0$  y de probeta  $L$  comprobando para cada caso, si se cumplen o no los criterios de Grandes Deflexiones y de formación completa de la FPZ (ecuaciones 1 y 2).

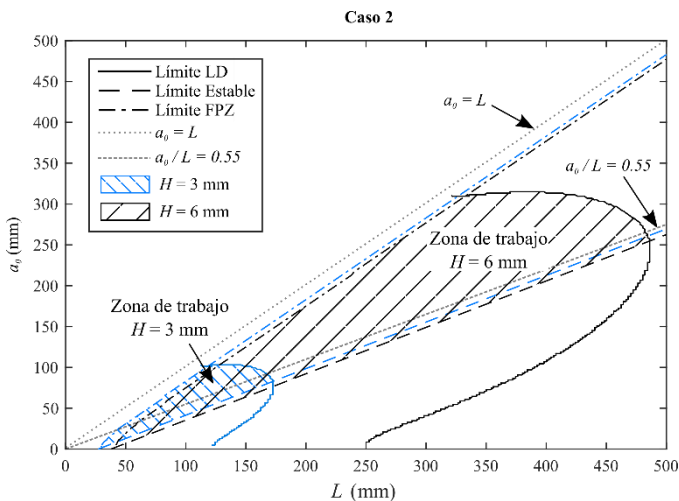
Los valores de  $l_{FPZ}$  en el caso 1 han resultado siempre mayores que en el caso 2 debido a la menor resistencia a tensión cortante ( $\tau_{sh}$ ) considerada. La  $l_{FPZ}$  también aumenta con el aumento del grosor de la probeta.

Las figuras 4 y 5 ejemplifican el rango de trabajo de los dos casos de estudio para probetas de 3 mm y 6 mm de grosor ( $H$ ). En cada gráfico se representa un rango de longitudes iniciales de grieta ( $a_0$ ) y longitudes de voladizo ( $L$ ) entre 0 y 500 mm obteniendo, para cada grosor de probeta una superficie de trabajo, intersección de los tres criterios limitadores propuestos en la sección 2.





**Figura 4.** Representación de los límites de trabajo para el caso 1 de probetas de 3 mm y 6 mm de grosor ( $H$ ). Las configuraciones iniciales de probeta ELS que cumplen los tres criterios limitadores de este ensayo se comprenden dentro de las zonas de trabajo.



**Figura 5.** Representación de los límites de trabajo para el caso 2 de probetas de 3 mm y 6 mm de grosor ( $H$ ). Las configuraciones iniciales de probeta ELS que cumplen los tres criterios limitadores de este ensayo se comprenden dentro de las zonas de trabajo.

Conociendo que las longitudes de FPZ en el caso 1 (figura 4) son mayores que en el caso 2 (figura 5) y comparando las figuras 4 y 5 se observa que la condición de estabilidad se relaja cuanto mayor es la  $l_{FPZ}$ . A la vez, se restringe el criterio de generación completa de FPZ para  $a_0$  cercanas a  $L$ , de manera que estos dos límites se desplazan hacia la derecha. Esto significa que cuando se esperan  $l_{FPZ}$  grandes se deben usar probetas de mayores dimensiones.

Por otra parte, el criterio de Grandes Deflexiones se ve muy afectado por el grosor de la probeta, limitando mucho la geometría ELS para probetas delgadas y ampliando mucho el rango de trabajo en probetas de mayor grosor.

## 5 Conclusiones

En este trabajo se presenta una metodología para definir cuál es la configuración de ensayo óptima para ensayar un adhesivo concreto y como resultado se obtiene el dominio de

validez de geometrías con las que se van a obtener resultados de propagación.

Se han definido tres criterios limitadores del ensayo ELS que se basan en asegurar (i) la estabilidad del ensayo bajo control de desplazamiento, garantizar (ii) la formación completa de la FPZ y (iii) evitar Grandes Deflexiones (LD).

Con el uso del modelo analítico propuesto se calcula la longitud de FPZ y la curva fuerza-desplazamiento necesarios para definir los criterios limitadores del ensayo ya mencionados. El método se basa en la asunción de que el comportamiento del adhesivo se rige por una ley cohesiva lineal y del conocimiento o estimación a priori de las propiedades (o rango de propiedades) del adhesivo a ensayar.

A partir del estudio de dos casos concretos se ha demostrado que, cuando se generan  $l_{FPZ}$  grandes el criterio de estabilidad basado en LEM ( $a_0/L = 0.55$ ) se relaja. Esto permite dejar una zona de propagación superior para la formación completa de la FPZ o lo que es lo mismo, el uso de una longitud de grieta inicial,  $a_0$ , más pequeña. Por lo contrario, la aparición de grandes  $l_{FPZ}$  limita el uso de  $a_0$  grandes por lo que, con tal de obtener más puntos de propagación durante el ensayo se deben usar  $a_0$  lo más pequeñas posible, siempre cumpliendo con el criterio de estabilidad. Además, el rango de trabajo de probetas delgadas se reduce mucho debido a la aparición de Grandes Deflexiones, cosa que se puede mejorar con el uso de probetas más gruesas. En definitiva, para ensayar uniones adhesivas se deben usar probetas de mayor tamaño que las propuestas por la norma ISO 15114 [1].

## 6 Agradecimientos

Los autores desean agradecer al Ministerio de Economía y Competitividad español por el proyecto TRA2015-71491-R.

## 7 Referencias

- [1] ISO 15114. *International standard organization*, Geneva, Switzerland. pág. 1–26 (1). (2014)
- [2] BRK Blackman, A Brunner, J Williams. *Engineering Fracture Mechanics*; **73**(16) pág 2443 - 55. (2006). Doi:10.1016/j.engfracmech.2006.05.022.
- [3] M Pérez-Galmés, J Renart, C Sarrado, A Rodríguez-Bellido, J Costa. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*; **90** pág 670-7. (2016). Doi:10.1016/j.compositesa. 2016.08.020.
- [4] KS Alfredsson. *International Journal of Solids and Structures*; **41**(16-17):4787-807. (2004) doi:10.1016/j.ijsolstr.2004.03.008.
- [5] R.M.R.P. Fernandes, J.A.G. Chousal, M.F.S.F. de Moura, J. Xavier. *Composites:Part.B*. **52**.pág.269-274(2013) <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.04.007>
- [6] C. Sarrado, A. Turon, J. Costa, J. Renart. *International Journal of Solids and Structures* **81** 110–116 (2016). <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2015.11.016>
- [7] F.G.A.Silva, J.J.L.Morais, N.Dourado, J.Xavier, F.A.M.Pereira, M.F.S.F.deMoura. *International Journal of Adhesion & Adhesives* **51**pág.54–61. (2014). <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2014.02.007>
- [8] M.A.L. Silva, J.J.L. Morais, M.F.S.F. de Moura, J.L. Lousada. *Engineering Fracture Mechanics* **74** pág. 2133–2147. (2007)



- [9] U. Stigh, A. Biel, T. Walander. *Engineering Fracture Mechanics* **129** pág. 67–76. (2014).  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2014.07.033>
- [10] S. Hashemi, A. Kinloch, J. Williams. *Proceedings of the Royal Society A*. **427**:173-99 (1990). doi:10.1098/rspa.1990.0007.
- [11] H. Wang, T. Vu-Khanh, VN. Le. *Journal of Composite Materials* ;**29**(6):833-49 (1995). doi:10.1177/002199839502900608.
- [12] H. Wang, T. Vu-Khanh. *Composite Structures* ;**36**(1-2):71-9 (1996). doi:10.1016/S0263-8223(96)00066-9.
- [13] P. Davies, B. Blackman, A. Brunner. *Fracture mechanics Testing Methods for Polymers, Adhesives and Composites*; **chap. 4.2**. Elsevier (2001) ISBN 0 08 043689 7; pág. 307--33. doi:10.1016/S1566-1369(01)80039-X.
- [14] de Moura M, de Morais A. *Engineering Fracture Mechanics* **75**(9):pág.2584-96. (2008) doi:10.1016/j.engfracmech.2007.03.005.
- [15] Y. Ma, Y. Yang, T. Sugahara, H. Hamada. *Composites Part B* **99**:162-72 (2016). doi:10.1016/j.compositesb.2016.06.005.
- [16] R. Campilho, A Leitao, R Fernandes, J Azevedo, M Banea. *Annals of f"gdunarea de Jos"g University of Galati, Fascicle XII*;**26**:pág.27-32 (2015).

